

Bài I: (2,0 điểm) Giải phương trình và hệ phương trình sau:

a) $2x^2 + 6x = 0$ b) $x^2 + 5x - 6 = 0$ c) $\begin{cases} 2x - y = 3 \\ 3x + y = 7 \end{cases}$ d) $\begin{cases} 2\sqrt{x-2} - 3|y+3| = -4 \\ 3\sqrt{x-2} - |y+3| = 1 \end{cases}$

Bài II: (2,0 điểm) Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình.

Hai đội xe cùng chở cát để san lấp một khu đất thì trong 18 ngày xong công việc. Nếu đội I làm riêng trong 6 ngày rồi nghỉ và đội II đến làm riêng tiếp trong 8 ngày thì xong được $\frac{2}{5}$ công việc. Hỏi mỗi đội làm một mình thì bao lâu xong công việc đó?

Bài III: (2,0 điểm)

1) Cho Parabol (P): $y = x^2$ và đường thẳng (d): $y = -x + 6$.

a) Vẽ đồ thị hai hàm số trên cùng một mặt phẳng tọa độ.

b) Gọi A, B là giao điểm của (P) và (d). Tìm tọa độ điểm A, B bằng phép tính.

c) Tính diện tích tam giác AOB.

2) Cho phương trình $x^2 - (m + 2)x + m^2 - m + 1 = 0$ (1) với m là tham số.

Tìm giá trị m nguyên lớn nhất của m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt.

Bài IV: (3,5 điểm)

Cho đường tròn (O; R), dây BC cố định khác đường kính. Lấy A bất kỳ trên cung lớn BC sao cho $\triangle ABC$ nhọn và $AB < AC$. Kẻ $AE \perp BC$ ($E \in BC$), $BK \perp AC$ ($K \in AC$), gọi AE cắt BK tại H.

a) Chứng minh tứ giác CEHK nội tiếp.

b) Kẻ đường kính AD của đường tròn (O; R). Chứng minh $\triangle ABE$ đồng dạng $\triangle ADC$ và $AB \cdot AC = 2R \cdot AE$.

c) Gọi BK cắt đường tròn (O; R) tại J và kẻ $CN \perp AD$ ($N \in AD$). Chứng minh $\triangle AJH$ cân và $EN \parallel BD$.

d) Gọi CH cắt AB tại F, chứng minh rằng khi điểm A di chuyển trên cung lớn BC và thỏa mãn điều kiện đề bài thì NF luôn đi qua một điểm cố định.

Bài V: (0,5 điểm) Cho hai số thực không âm a, b thỏa mãn $a^2 + b^2 = 4$.

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $M = \frac{ab}{a+b+2}$

Bài I: (2,0 điểm) Giải hệ phương trình và phương trình sau:

a) $2x^2 - 8x = 0$ b) $x^2 - 5x - 6 = 0$ c) $\begin{cases} x - y = 1 \\ 2x + y = 5 \end{cases}$ d) $\begin{cases} 2|x+1| - 3\sqrt{y-4} = -4 \\ 5|x+1| - \sqrt{y-4} = 3 \end{cases}$

Bài II: (2,0 điểm) Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình.

Hai người làm chung một công việc trong 10 ngày thì xong. Nếu người thứ nhất làm riêng trong 5 ngày rồi nghỉ và người thứ hai đến làm riêng tiếp trong 9 ngày thì chỉ được $\frac{23}{30}$ công việc đó. Hỏi mỗi người làm riêng thì xong công việc đó trong bao lâu?

Bài III: (2,0 điểm)

1) Cho Parabol (P): $y = x^2$ và đường thẳng (d): $y = x + 2$.

a) Vẽ đồ thị hai hàm số trên cùng một mặt phẳng tọa độ.

b) Gọi A, B là giao điểm của (P) và (d). Tìm tọa độ điểm A, B bằng phép tính.

c) Tính diện tích tam giác AOB.

2) Cho phương trình $x^2 - (m - 2)x + m^2 + 3m + 1 = 0$ (1) với m là tham số.

Tìm giá trị m nguyên nhỏ nhất của m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt.

Bài IV: (3,5 điểm)

Cho đường tròn (O; R), dây BC cố định khác đường kính. Lấy A bất kỳ trên cung lớn BC sao cho ΔABC nhọn và $AB < AC$. Kẻ $AF \perp BC$ ($F \in BC$), $BD \perp AC$ ($D \in AC$), gọi AF cắt BD tại H.

a) Chứng minh tứ giác CDHF nội tiếp.

b) Kẻ đường kính AK của đường tròn (O; R). Chứng minh ΔABF đồng dạng ΔAKC và $AB \cdot AC = 2R \cdot AF$.

c) Gọi BD cắt đường tròn (O; R) tại Q và kẻ $CM \perp AK$ ($M \in AK$). Chứng minh ΔAHQ cân và $FM \parallel BK$.

d) Gọi CH cắt AB tại E, chứng minh rằng khi điểm A di chuyển trên cung lớn BC và thỏa mãn điều kiện đề bài thì ME luôn đi qua một điểm cố định.

Bài V: (0,5 điểm) Cho hai số thực không âm a, b thỏa mãn $a^2 + b^2 = 1$.

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $M = \frac{ab}{a+b+1}$