

**DẠNG 1: RÚT GỌN BIỂU THỨC VÀ CÁC BÀI TOÁN LIÊN QUAN**

**Bài 1 (Đề thi vào lớp 10 THPT Hà Nội năm học 2014-2015):**

a) Tính giá trị của biểu thức  $A = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}$  khi  $x = 9$

b) Cho biểu thức  $P = \left( \frac{x-2}{x+2\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{x}+2} \right) \cdot \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}$

+ Chứng minh rằng  $P = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}}$  + Tìm các giá trị của  $x$  để  $2P = 2\sqrt{x} + 5$

**Bài 2: Đề thi vào lớp 10 THPT Hà Nội năm học 2015-2016**

Cho hai biểu thức  $P = \frac{x+3}{\sqrt{x}-2}$  và  $Q = \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+2} + \frac{5\sqrt{x}-2}{x-4}$  với  $x > 0, x \neq 4$

1) Tính giá trị của biểu thức  $P$  khi  $x = 9$ .

2) Rút gọn biểu thức  $Q$ ; 3) Tìm giá trị của  $x$  để biểu thức  $\frac{P}{Q}$  đạt giá trị nhỏ nhất.

**Bài 3: Đề thi vào lớp 10 THPT Hà Nội năm học 2016-2017**

Cho hai biểu thức  $A = \frac{7}{\sqrt{x}+8}$  và  $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} + \frac{2\sqrt{x}-24}{x-9}$  với  $x \geq 0, x \neq 9$

1) Tính giá trị của biểu thức  $A$  khi  $x = 25$ .

2) Chứng minh  $B = \frac{\sqrt{x}+8}{\sqrt{x}+3}$ . 3) Tìm  $x$  để  $P = A.B$  có giá trị là số nguyên.

**Bài 4: Đề thi vào lớp 10 THPT Hà Nội năm học 2017-2018**

Cho hai biểu thức  $A = \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-5}$  và  $B = \frac{3}{\sqrt{x}+5} + \frac{20-2\sqrt{x}}{x-25}$  với  $x \geq 0, x \neq 25$

1) Tính giá trị của biểu thức  $A$  khi  $x = 9$ .

2) Chứng minh  $B = \frac{1}{\sqrt{x}-5}$ . 3) Tìm tất cả các giá trị của  $x$  để  $A = B \cdot |x-4|$ .

**Bài 5:** Cho hai biểu thức  $A = \frac{\sqrt{x}+4}{\sqrt{x}-1}$  và  $B = \frac{3\sqrt{x}+1}{x+2\sqrt{x}-3} - \frac{2}{\sqrt{x}+3}$  với  $x \geq 0; x \neq 1$ .

1) Tính giá trị của biểu thức  $A$  khi  $x = 9$

2) Chứng minh  $B = \frac{1}{\sqrt{x}-1}$ . 3) Tìm tất cả giá trị của  $x$  để  $\frac{A}{B} \geq \frac{x}{4} + 5$

**Bài 6:** Cho hai biểu thức  $A = \frac{4(\sqrt{x}+1)}{25-x}$  và  $B = \left( \frac{15-\sqrt{x}}{x-25} + \frac{2}{\sqrt{x}+5} \right) \cdot \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-5}$  với  $x \geq 0; x \neq 25$ .

1) Tính giá trị của biểu thức  $A$  khi  $x = 9$ ; 2) Rút gọn biểu thức  $B$ .

3) Tìm tất cả giá trị nguyên của  $x$  để biểu thức  $P = A \cdot B$  đạt giá trị nguyên lớn nhất.

**Bài 7:** Cho hai biểu thức  $A = \frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x+2}}$  và  $B = \frac{3}{\sqrt{x-1}} - \frac{\sqrt{x+5}}{x-1}$  với  $x \geq 0; x \neq 1$ .

1) Tính giá trị của biểu thức  $A$  khi  $x = 4$ ;      2) Chứng minh  $B = \frac{2}{\sqrt{x+1}}$ .

3) Tìm tất cả giá trị của  $x$  để biểu thức  $P = 2.A.B + \sqrt{x}$  đạt giá trị nhỏ nhất.

## **DẠNG 2: GIẢI BÀI TOÁN BẰNG CÁCH LẬP PHƯƠNG TRÌNH HOẶC HỆ PHƯƠNG TRÌNH**

**Bài 8:** Một mảnh đất hình chữ nhật có chu vi bằng 28m và độ dài đường chéo bằng 10m. Tính chiều dài và chiều rộng của mảnh đất đó theo đơn vị mét.

**Bài 9:** Hai đội công nhân cùng làm chung một công việc thì sau 15 ngày làm xong. Nếu đội thứ nhất làm riêng trong 3 ngày rồi dừng lại và đội thứ hai làm tiếp công việc đó trong 5 ngày thì cả hai đội hoàn thành được 25% công việc. Hỏi nếu mỗi đội làm riêng thì trong bao nhiêu ngày mới xong công việc trên?

**Bài 10:** Quảng đường từ nhà An đến nhà Bình dài 3km. Buổi sáng, An đi bộ từ nhà An đến nhà Bình. Buổi chiều cùng ngày, An đi xe đạp từ nhà Bình về nhà An trên cùng quãng đường đó với vận tốc lớn hơn vận tốc đi bộ của An là 9km/h. Tính vận tốc đi bộ của An, biết thời gian đi buổi chiều ít hơn thời gian đi buổi sáng là 45 phút. (giả định rằng An đi bộ với vận tốc không đổi trên toàn bộ quãng đường đó).

**Bài 11:** Mét «t» dù ở hai địa điểm A và B cách nhau 120 Km trong một thời gian quy định. Sau khi đi được 1 giờ «t» bắt đầu nhận được báo động về xe hỏng 10 phút. Do vậy, «t» ở B đóng hàng, xe phải tăng vận tốc thêm 6 Km/h. Tính vận tốc lúc đầu của «t».

**Bài 12:** Mét chiếc thuyền khi hành trình trên sông A. Sau 5 giờ 20 phút mét chiếc ca nô chạy tới bến sông A quay theo vụ gặp chiếc thuyền thì mét chiếc ở bến A 20 Km. Hai vận tốc của thuyền, biết rằng ca nô chạy nhanh hơn thuyền 12 Km/h.

**Bài 13:** Một ca nô chạy xuôi dòng khúc sông AB dài 120km. Sau đó chạy ngược dòng từ B về A. Biết vận tốc dòng nước là 3km/h và thời gian chạy xuôi dòng ít hơn thời gian chạy ngược dòng là 1 giờ. Tính vận tốc riêng của ca nô?  
**Bài 7:** Một tổ sản xuất phải may được 600 khẩu trang chống dịch COVID – 19 trong thời gian quy định. Do tăng năng suất lao động, mỗi giờ tổ đó may được nhiều hơn kế hoạch là 20 chiếc nên công việc được hoàn thành sớm hơn quy định 1 giờ. Hỏi theo kế hoạch mỗi giờ tổ đó phải may được bao nhiêu khẩu trang.

**Bài 14:** Một phòng họp có 300 ghế ngồi nhưng phải xếp cho 357 người đến dự họp, do đó ban tổ chức đã kê thêm một hàng ghế và mỗi hàng ghế phải xếp nhiều hơn quy định 2 ghế mới đủ chỗ ngồi. Hỏi lúc đầu phòng họp có bao nhiêu hàng ghế và mỗi hàng ghế có bao nhiêu ghế?

**Bài 15:** Tháng thứ nhất 2 tổ sản xuất được 900 chi tiết máy. Tháng thứ 2 tổ một vượt mức 15%, tổ 2 vượt mức 10% so với tháng thứ nhất. Vì vậy 2 tổ đã sản xuất được 1010 chi tiết máy. Hỏi tháng thứ nhất mỗi tổ sản xuất được bao nhiêu chi tiết máy.

**Bài 16:** Hai vòi nước cùng chảy vào một bể không có nước thì sau 6 giờ 40 phút đầy bể. Nếu để chảy một mình thì thời gian vòi 1 chảy đầy bể nhanh hơn vòi thứ 2 là 3 giờ. Tính thời gian mỗi vòi chảy một mình đầy bể.

**DẠNG 3: HỆ PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN**

**Bài 17:** Giải các hệ phương trình sau:

$$1) \begin{cases} 4x - |y + 2| = 3 \\ x + 2|y + 2| = 3 \end{cases} \quad 2) \begin{cases} 2x + \frac{3}{y-1} = 5 \\ 4x - \frac{1}{y-1} = 3 \end{cases} \quad 3) \begin{cases} \frac{1}{2x+y} + \sqrt{y} = 2 \\ \frac{3}{2x+y} + 2\sqrt{y} = 5 \end{cases}$$

**Bài 18:**

- 1) Tìm m để hệ phương trình  $\begin{cases} mx + y = 1 \\ x + my = 1 \end{cases}$  có nghiệm duy nhất sao cho  $x > 0; y > 0$ .
- 2) Tìm m để hệ phương trình  $\begin{cases} x + my = m + 1 \\ mx + y = 3m - 1 \end{cases}$  có nghiệm duy nhất mà  $x = |y|$ .

**DẠNG 4: PARABOL VÀ ĐƯỜNG THẲNG**

**Bài 19:** Cho hàm số  $y = \frac{1}{2}x^2$  có đồ thị (P) và đt (d):  $y = 2x - \frac{3}{2}$

- 1) Vẽ (d) và (P) trên cùng hệ trục tọa độ Oxy
- 2) Tìm tọa độ giao điểm A và B của (d) và (P). Tính diện tích  $\Delta AOB$ .

**Bài 20:** Cho (P)  $y = \frac{1}{2}x^2$  và (d)  $y = -\frac{1}{2}x + n$

- 1) Tìm n để (d) tiếp xúc với (P). Tính tọa độ tiếp điểm.
- 2) Tìm n để (d) cắt (P) tại 2 điểm phân biệt:
  - a) nằm bên trái trục tung
  - b) nằm ở 2 phía trục tung
  - c) nằm ở bên phải trục tung
- 3) Tìm n để (d) cắt (P) tại 2 điểm phân biệt có hoành độ  $x_1; x_2$  thỏa mãn  $x_1; x_2 < 1$

**Bài 21:** Cho Parabol (P):  $y = -x^2$  và đường thẳng (d):  $y = mx + m - 2$

- 1) Chứng minh với mọi giá trị của m đường thẳng (d) luôn cắt (P) tại 2 điểm phân biệt A và B.
- 2) Xác định m để 2 điểm A và B nằm về 2 phía của trục tung.
- 3) Xác định m để (d) cắt (P) tại 2 điểm phân biệt A, B thỏa mãn  $x_A^2 + x_B^2 = 7$ .

**Bài 22:** Trong mặt phẳng Oxy cho (P):  $y = x^2$  và đường thẳng (d):  $y = -mx - m + 1$  (m tham số). Tìm m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt A( $x_1; y_1$ ) và B( $x_2; y_2$ ) sao cho  $(y_1 + y_2)$  nhỏ nhất.

**Bài 23:** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho (d):  $y = (m + 2)x + 3$  và parabol (P):  $y = x^2$  (m tham số)

- 1) Chứng minh (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt.
- 2) Tìm tất cả giá trị của m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có các hoành độ là các số nguyên.

**Bài 24:** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho (d):  $y = 2mx - m^2 + 1$  và (P):  $y = x^2$  (m tham số)

- 1) Chứng minh (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt.

2) Tìm tất cả giá trị của  $m$  để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có các hoành độ  $x_1; x_2$  thỏa

$$\text{mãn } \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{-2}{x_1 \cdot x_2} + 1$$

### DẠNG 5: PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI

**Bài 25:** Cho phương trình:  $x^2 - (2m + 3)x + m^2 + 3m + 2 = 0$  ( $m$  tham số)

1) Giải phương trình trên khi  $m = 1$

2) Xác định  $m$  để phương trình có một nghiệm là 2. Khi đó phương trình còn có một nghiệm nữa, tìm nghiệm đó.

3) CMR phương trình luôn có 2 nghiệm với mọi  $m$ .

4) Gọi  $x_1; x_2$  là 2 nghiệm của phương trình. Tìm  $m$  để  $x_1^2 + x_2^2 = 1$

5) Xác định  $m$  để phương trình có nghiệm này bằng 3 nghiệm kia

**Bài 26:** Cho phương trình:  $x^2 - 2(m + 1)x + m - 4 = 0$  ( $m$  tham số)

1) Tìm  $m$  để phương trình có 2 nghiệm trái dấu.

2) Tìm  $m$  để phương trình có 2 nghiệm dương.

3) Tìm  $m$  để phương trình có 2 nghiệm âm phân biệt.

4) Tìm mối liên hệ giữa 2 nghiệm của phương trình mà không phụ thuộc vào  $m$ .

5) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $A = |x_1 - x_2|$

### DẠNG 6: HÌNH HỌC

**Bài 27:**

1) (Đề thi vào 10 năm 2019 - 2020) Một bồn nước inox có dạng một hình trụ với chiều cao 1,75m và diện tích đáy là  $0,32\text{m}^2$ . Hỏi bồn nước này đựng đầy được bao nhiêu mét khối nước? (Bỏ qua bề dày của bồn nước).

2) (Đề thi vào 10 năm 2020 - 2021) Một quả bóng bàn có dạng một hình cầu có bán kính bằng 2cm. Tính diện tích bề mặt của quả bóng bàn đó (lấy  $\pi \approx 3,14$ ).

3) (Đề thi vào 10 năm 2021 - 2022) Một thùng nước có dạng hình trụ với chiều cao 1,6m và bán kính đáy 0,5m. Người ta sơn toàn bộ phía ngoài mặt xung quanh của thùng nước này (trừ hai mặt đáy). Tính diện tích bề mặt được sơn của thùng nước (lấy  $\pi \approx 3,14$ ).

4) (Đề thi vào 10 năm 2022 - 2023) Quả bóng đá thường được sử dụng trong các trận thi đấu dành cho trẻ em từ 6 tuổi đến 8 tuổi có dạng một hình cầu với bán kính bằng 9,5cm. Tính diện tích bề mặt của quả bóng đó (lấy  $\pi \approx 3,14$ ).

5) Tính thể tích của hình nón có đường sinh bằng 10cm, đường kính đáy bằng 8cm.

6) Nón Huế là một hình nón có đường kính đáy bằng 40cm, độ dài đường sinh là 30cm. Người ta lát mặt xung quanh hình nón bằng 3 lớp lá khô. Tính diện tích lá cần dùng để tạo nên một chiếc nón Huế như vậy (làm tròn đến  $\text{cm}^2$ ).

**Bài 28:** Cho đường tròn  $(O; R)$  với dây cung  $AB$  không đi qua tâm. Lấy  $S$  là một điểm bất kỳ trên tia đối của tia  $AB$  ( $S$  khác  $A$ ). Từ điểm  $S$  vẽ hai tiếp tuyến  $SC, SD$  với  $(O; R)$  sao cho điểm  $C$  nằm trên cung nhỏ  $AB$  ( $C, D$  là các tiếp điểm). Gọi  $H$  là trung điểm của đoạn thẳng  $AB$ .

1) Chứng minh 5 điểm  $C, D, H, O, S$  thuộc đường tròn đường kính  $SO$ .

- 2) Chứng minh  $SC^2 = SA \cdot SB$ .
- 3) Khi  $SO = 2R$ , hãy tính độ dài đoạn thẳng  $SD$  theo  $R$  và tính số đo góc  $CSD$ .
- 4) Đường thẳng đi qua điểm  $A$  và song song với đường thẳng  $SC$ , cắt đoạn thẳng  $CD$  tại điểm  $K$ . Chứng minh tứ giác  $ADHK$  nội tiếp và đường thẳng  $BK$  đi qua trung điểm của đoạn thẳng  $SC$ .

**Bài 29:** Cho  $\Delta ABC$  có ba góc nhọn ( $AB < AC$ ) nội tiếp đường tròn  $(O)$ . Ba đường cao  $AD$ ,  $BE$  và  $CF$  của  $\Delta ABC$  cắt nhau tại điểm  $H$ .

- 1) Chứng minh tứ giác  $AEHF$ , tứ giác  $BFEC$  là các tứ giác nội tiếp.
- 2) Chứng minh  $AE \cdot AC = AF \cdot AB$ .
- 3) Chứng minh  $FC$  là phân giác của góc  $EFD$ .
- 4) Giả sử góc  $BAC = 30^\circ$ . Tính theo bán kính  $R$  của  $(O)$ :
  - a) Độ dài cung nhỏ  $BC$ .
  - b) Diện tích hình quạt giới hạn bởi 2 bán kính  $OB$ ,  $OC$  và cung nhỏ  $BC$ .
- 5) Chứng minh đường thẳng  $OA$  vuông góc với đường thẳng  $EF$ .
- 6) Gọi  $I$  là trung điểm của đoạn thẳng  $BC$ , lấy điểm  $K$  đối xứng với điểm  $H$  qua  $I$ . Chứng minh  $K$  thuộc  $(O)$ .
- 7)  $AI$  cắt  $OH$  tại  $G$ . Chứng minh  $G$  là trọng tâm  $\Delta ABC$ .
- 8) Khi  $A$  di chuyển trên cung lớn  $BC$  cố định. Tìm vị trí của điểm  $A$  để diện tích  $\Delta AEF$  lớn nhất.

**BGH xác nhận**

**TTCM**

**Tạ Thúy Hà**

**Đỗ Thị Hợp**