

Bài I. (2 điểm)

Cho các biểu thức: $A = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}$ và $B = \frac{3x-6}{x-2\sqrt{x}} - \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}} - \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-2}$ với $x > 0; x \neq 4$

a) Tính giá trị biểu thức A khi $x = 36$.

b) Chứng minh $B = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}}$

c) Tìm các giá trị x để $|A.B| = \sqrt{x} - 3$

Bài II. (2,5 điểm)

1) Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:

Để chở hết 60 tấn hàng ủng hộ đồng bào miền Trung khắc phục hậu quả của mưa lũ, một đội xe vận tải dự định dùng một số xe cùng loại. Để tăng sự an toàn, lúc sắp khởi hành đội được bổ sung thêm 3 xe cùng loại, vì vậy mỗi xe phải chở ít hơn 1 tấn hàng so với dự định. Hỏi thực tế có bao nhiêu xe tham gia vận chuyển. (biết khối lượng hàng mỗi xe chở như nhau.)

2) Một hình có dạng hình nón có đường sinh dài 15cm và diện tích xung quanh là $135\pi \text{ cm}^2$. Tính bán kính đường tròn đáy và thể tích của hình nón đó ?

Bài III. (2 điểm)

1) Giải hệ phương trình sau:
$$\begin{cases} \frac{x}{x+1} + \frac{5}{\sqrt{y-3}} = 3 \\ \frac{3x}{x+1} - \frac{1}{\sqrt{y-3}} = 1 \end{cases}$$

2) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng (d): $y = mx - m + 2$ và parabol (P): $y = x^2$

a) Tìm m biết đường thẳng (d) đi qua điểm C (2; 3).

b) Tìm tất cả giá trị nguyên m để đường thẳng (d) cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt A(x₁; y₁) và B(x₂; y₂) thỏa mãn $(x_1 + y_1) \cdot (x_2 + y_2) \leq 5$

Bài IV. (3 điểm)

Cho đường tròn (O) đường kính AB = 2R. Trên tia đối của tia BA lấy D, qua D kẻ đường thẳng d vuông góc với AD. Lấy E bất kỳ thuộc (O), tia AE cắt đường thẳng d tại K. Gọi KB cắt (O) tại J.

a/ Chứng minh bốn điểm A, J, K, D thuộc một đường tròn.

b) Chứng minh ΔKAB đồng dạng ΔKJE và $AE.AK - KB.BJ = 4R^2$.

c) Gọi AJ cắt d tại I. Kẻ tiếp tuyến tại J của (O) cắt đường thẳng d tại N. Chứng minh EN là tiếp tuyến của (O).

d) Chứng minh rằng khi điểm E thay đổi trên (O) thì khoảng cách từ tâm G của đường tròn ngoại tiếp ΔAKI đến đường thẳng d có độ dài không đổi.

Bài V. (0,5 điểm)

Cho ba số thực dương a, b, c thỏa mãn $a^2 + b^2 + c^2 = abc$.

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \frac{a}{a^2 + bc} + \frac{b}{b^2 + ca} + \frac{c}{c^2 + ba}$

-----* Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm. *-----

Học sinh:.....

Số báo danh:.....

HƯỚNG DẪN CHẤM

Bài	Y	Đáp án	Điểm
Bài I 2 điểm	a (0,5đ)	a) Tính giá trị của biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}$ khi $x = 36$	
		a) Thay $x = 36$ (tmđk) vào biểu thức A được $A = \frac{\sqrt{36}}{\sqrt{36}-2}$	0,25
		Tính được $A = \frac{6}{6-2} = \frac{3}{2}$ (Thiếu tmđk trừ 0,25đ)	0,25
	b (1đ)	b) Chứng minh: $B = \frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x}}$	0,25
		$B = \frac{3x-6}{x-2\sqrt{x}} - \frac{\sqrt{x+2}}{\sqrt{x}} - \frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x}-2}$	
		$B = \frac{3x-6}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)} - \frac{(\sqrt{x+2})(\sqrt{x}-2)}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)} - \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)}$	0,25
		$B = \frac{3x-6-x+4-x-\sqrt{x}}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)}$	0,25
		$B = \frac{x-\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)} = \frac{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+1)}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)}$	0,25
		Vậy $B = \frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x}}$	0,25
		c (0,5đ)	c) Tìm x để $A.B = \sqrt{x}-3$
		$\left \frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x}-2} \right = \sqrt{x}-3$ Do $\sqrt{x+1} > 0$ $\Leftrightarrow \frac{\sqrt{x+1}}{ \sqrt{x}-2 } = \sqrt{x}-3$	
		(Chú ý: HS giải được 1 trường hợp của phương trình chứa dấu GTĐ đúng.)	0,25
		TH1) Nếu $x > 4$ thì giải pt được $x = 1$ (tm), $x = 25$ (tm) TH2) Nếu $0 < x < 4$ thì pt vô nghiệm	
		kết luận đúng $x = 1, x = 25$	0,25
Bài II 2,5 điểm	1(2đ)	+ gọi số xe thực tế là x ($x \in \mathbb{N}^*$, xe)	0,25

		Số xe dự định là $(x - 3)$ ($x > 3$, xe) (<i>chú ý: nếu thiếu đk $x > 3$ thì trừ 0,25 đ</i>)	0,25
		Số tấn hàng mà mỗi xe thực tế phải chở là $\frac{60}{x}$ (tấn)	0,25
		Số tấn hàng mà mỗi xe dự định phải chở là $\frac{60}{x-3}$ (tấn)	0,25
		Vì thực tế mỗi xe phải chở ít hơn 1 tấn hàng so với dự định nên ta có pt $\frac{60}{x-3} - \frac{60}{x} = 1$	0,25
		Biến đổi về phương trình $x^2 - 3x - 180 = 0$	0,25
		Giải phương trình ta được: : $x_1 = 15$ (thỏa mãn); $x_2 = -12$ (loại).	0,25
		Vậy số xe thực tế là 15 xe.	0,25
	2(0,5 đ)	Bán kính đường tròn đáy của hình nón là (135π): (15π) = 9 (cm)	0,25
		Chiều cao của hình nón là $\sqrt{15^2 - 9^2} = 12$ (cm) Vậy hình nón có thể tích là $\frac{1}{3}\pi \cdot 9^2 \cdot 12 = 144\pi$ (cm ³)	0,25
Bài III 2 điểm	1(1đ)	điều kiện đúng $x \neq -1$; $y > 3$	0,25
		Đặt ẩn phụ: $a = \frac{x}{x+1}$; $b = \frac{1}{\sqrt{y-3}}$ ($b > 0$) đưa về hệ $\begin{cases} a+5b=3 \\ 3a-b=1 \end{cases}$	
		giải được $a = 1/2$ (tm); $b = 1/2$ (tm)	0,25
		giải được $x = 1$ và $y = 7$	0,25
		So sánh điều kiện , kết luận	0,25
	2(1đ)	a) Vì C (2; 3) thuộc (d) $\rightarrow 2m - m + 2 = 3$	0,25
		giải được $m = 1$ và kết luận	0,25
		b) Xét phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d) $x^2 - mx + m - 2 = 0$ $\Delta = m^2 - 4m + 8 = (m - 2)^2 + 4 > 0$ với mọi m Viết hệ thức Viet	0,25
		Lập luận và biến đổi từ biểu thức của đề bài được $x_1 \cdot x_2 \cdot (1 + x_1 + x_1 x_2) \leq 5$	
		Thay hệ thức Viet vào được $(m-2)(1+m+m-2) \leq 5$ $\Leftrightarrow (m-2)(2m-1) \leq 5 \Leftrightarrow 2m^2 - 5m - 3 \leq 0$ $\Leftrightarrow (2m+1)(m-3) \leq 0 \Leftrightarrow -1/2 \leq m \leq 3$ Kết hợp điều kiện m nguyên Vậy $m \in \{ 0; 1; 2; 3 \}$	0,25

Bài 4 (3đ)		Vẽ hình đúng đến câu a	0,25đ
Vẽ hình (0,25đ)			
a (0,75 đ)		cm được góc $AJK = 90^0$	0,25đ
		cm đúng bốn điểm A, J, K, D thuộc một đường tròn.	0,5đ
b(1đ)		cm đúng góc $KAB =$ góc KJE	0,25đ
		cm đúng ΔKAB đồng dạng ΔKJE	0,25đ
		cm đúng được 1 tích $AE.AK = AB.AD$ hoặc $KB.BJ = AB.BD$	0,25đ
		Từ đó cm được $AE.AK - KB.BJ = 4R^2$.	0,25đ
c(0,5 đ)		Cm được N là trung điểm của KI	0,25đ
		Chứng minh đúng EN là tiếp tuyến của (O).	0,25đ
c(0,5 đ)			
		Kẻ đường kính AGM của (G)	

	<p>Cm được $KM \parallel BI$ và $KB \parallel MI \Rightarrow$ tứ giác $KMBI$ là hình bình hành Mà N là trung điểm của KI (cmt) $\Rightarrow N$ là trung điểm của BM. Nên GN là đường trung bình của $\Delta AMB \Rightarrow GN = \frac{AB}{2} = R$ không đổi (đpcm)</p>	<p>0,25đ</p> <p>0,25đ</p>
<p>Bài 5 (0,5 đ)</p>	<p>Bài 5 Cho ba số thực dương a, b, c thỏa mãn $a^2 + b^2 + c^2 = abc$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \frac{a}{a^2 + bc} + \frac{b}{b^2 + ca} + \frac{c}{c^2 + ba}$</p> <p>Hướng dẫn: Áp dụng BĐT Cô si $a^2 + bc \geq 2a\sqrt{bc} \Rightarrow \frac{a}{a^2 + bc} \leq \frac{1}{2\sqrt{bc}}$</p> <p>Tương tự ta sẽ được $P \leq \frac{1}{2\sqrt{bc}} + \frac{1}{2\sqrt{ca}} + \frac{1}{2\sqrt{ab}}$ Áp dụng BĐT Cô si lần 2 cho $\frac{1}{2\sqrt{bc}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{b}} \cdot \frac{1}{\sqrt{c}} \leq \frac{1}{4} \left(\frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right) \dots$</p> <p>Tương tự ta sẽ được $P \leq \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right) = \frac{1}{2} \cdot \frac{ab + bc + ca}{abc}$</p> <p>Cm được BĐT $a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + bc + ca$ mà $a^2 + b^2 + c^2 = abc$ Nên $P \leq 1/2$ Dấu bằng xảy ra khi $a = b = c = 3$ (thỏa mãn) Vậy $P_{\max} = 1/2$ khi $a = b = c = 3$</p>	<p>0,25đ</p> <p>0,25đ</p>

Chú ý: HS làm cách khác đúng vẫn cho điểm tối đa.